

## Mathematik

# Lösungen

### Zweiter Teil – mit Taschenrechner

Name ..... Kandidatennummer /  
Gruppennummer .....

Vorname .....

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	Total	Note
Punkte total	4	5	4	5	6	5	29	
Punkte erreicht								

- Die Prüfung dauert 45 Minuten.
- Die Benützung des Taschenrechners ist gestattet.
- Alle Aufgaben sind auf den Aufgabenblättern zu lösen. Die Rückseite kann auch benützt werden; dies muss aber auf der Vorderseite vermerkt werden.
- Bei jeder Aufgabe muss der Lösungsweg klar ersichtlich sein. Die Lösungen werden nur dann bewertet, wenn sämtliche Zwischenresultate auf dem Blatt zu finden sind.
- Zwischenresultate dürfen für weitere Rechenschritte nicht gerundet werden. Verwende in diesem Fall den Speicher!
- Nun wünschen wir dir viel Erfolg!

**Aufgabe 1**

a) Kürze so weit wie möglich!

1 Pt.

$$\frac{u^2 - 3u}{u^2 - 12u + 27} =$$
$$= \frac{u(u-3)}{(u-3)(u-9)} = \frac{u}{u-9}$$

keine Teilpunkte

b) Kürze so weit wie möglich!

1 Pt.

$$\frac{m^2 - n^2}{2m^2 + 4mn + 2n^2} =$$
$$= \frac{(m+n)(m-n)}{2(m+n)(m+n)} = \frac{m-n}{2(m+n)}$$

keine Teilpunkte

c) Löse die Gleichung nach x auf!

2 Pt.

$$(15 - x)^2 - (x - 11)(x - 19) = 2x$$
$$225 - 30x + x^2 - x^2 + 30x - 209 = 2x$$

$$16 = 2x$$

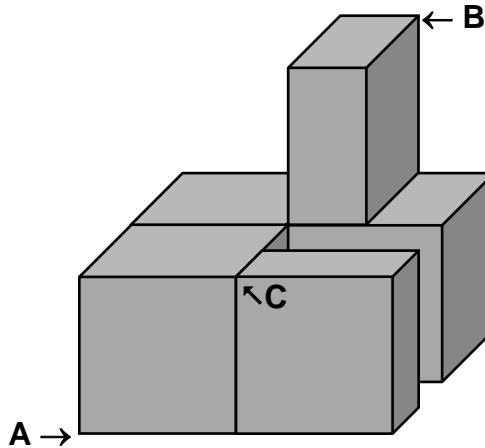
$$8 = x$$

pro Fehler – 1 Pt.

Punkte:

## Aufgabe 2

Der folgende Körper ist zusammengesetzt aus 3 Würfeln und 2 halben Würfeln.



- a) Wie gross ist die Länge der **direkten Verbindung (Schrägstrecke) von A nach B**, wenn eine Kante eines einzelnen Würfels 8 cm lang ist? 2 Pt.  
*Runde das Resultat auf 2 Stellen nach dem Komma!*

$$\text{Länge} = \sqrt{16^2 + 16^2 + 12^2} \approx \mathbf{25.61 \text{ cm}}$$

bei schrittweiser Berechnung:

Zwischenresultat 1 Pt.

- b) Nun soll die Schrägstrecke von A nach C genau  $\sqrt{72} \text{ cm}$  betragen. 2 Pt.  
Berechne damit das totale Volumen des ganzen Körpers! 1 Pt.  
Zusatzpunkt: Gib das **Endresultat in Litern** an!

$$\sqrt{72} : \sqrt{2} = s$$

$$\text{Würfelkante } \mathbf{s = 6 \text{ cm}}$$

1 Pt.

$$\text{Volumen} = 6^3 \cdot 4 = \mathbf{864 \text{ cm}^3}$$

1 Pt.

$$864 \text{ cm}^3 = \mathbf{0.864 \text{ Liter}}$$

1 Pt.

Punkte:

### Aufgabe 3

Die Pilatus-Bahn ist die steilste Zahnradbahn der Welt. Sie führt von Alpnachstad auf den Pilatus Kulm.

#### Alpnachstad – Pilatus Kulm

<b>Alpnachstad</b>	<b>440 m</b>	<b>über Meer</b>
Wolfort	890 m	über Meer
Ämsigen	1355 m	über Meer
Mattalp	1600 m	über Meer
<b>Pilatus Kulm</b>	<b>2073 m</b>	<b>über Meer</b>

Die reine Fahrzeit für die Bergfahrt beträgt 31 Min. 47 Sek.

Dabei beträgt die mittlere Geschwindigkeit 9 km/h.



a) Wie lang ist die totale Fahrstrecke der Pilatus-Bahn?

2 Pt.

Zeit: 1907 s

0.5 Pt.

Geschwindigkeit: 2.5 m/s

0.5 Pt.

Weg =  $2.5 \cdot 1907 \approx 4767.5$  m

1 Pt.

b) Wie gross die mittlere Steigung der ganzen Bergfahrt?  
Verwende die *Horizontaldistanz!*

2 Pt.

Horizontale  $\approx \sqrt{4767.5^2 - 1633^2} \approx 4479.10$  m

1 Pt.

Steigung  $\approx \frac{1633}{4479.10} \approx 36.46\%$

1 Pt.

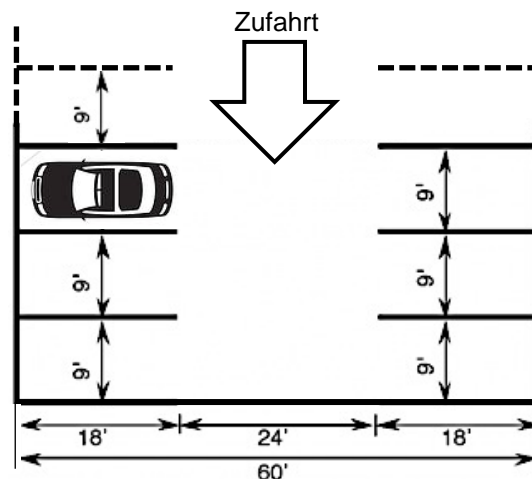
Punkte:

### Aufgabe 4

Der Parkplatz eines Geschäftshauses umfasst 2 Reihen mit je 27 Parkfeldern. Jedes einzelne Parkfeld ist 9 Fuss breit und 18 Fuss lang. Alle Parkfelder zusammen ergeben die totale Parkfläche. Der Durchgang in der Mitte (also die Zufahrt) ist 24 Fuss breit.

1 Fuss = 1 ft. = 1'  $\approx$  30.48 cm

**Rechne mit dem Speicher und runde bei allen Teilaufgaben das Resultat auf 2 Stellen nach dem Komma!**



- a) Wie viele m<sup>2</sup> Fläche weist der ganze Parkplatz (alle Parkfelder plus die Zufahrt) des Geschäftshauses auf? 2 Pt.

$A = 60 \cdot 0.3048 \cdot 27 \cdot 9 \cdot 0.3048 \approx 1354.53 \text{ m}^2$  Länge, Breite je 0.5 Pt.

- b) Geschäftsführer A möchte nun die Parkfelder neu einzeichnen, so dass auf dem bestehenden Parkplatz nachher pro Reihe 3 Autos mehr als bisher parkieren könnten. Wie breit würde damit ein einzelnes Parkfeld? *Gib dein Resultat in Fuss an!* 1 Pt.

$\text{Breite} = 27 \cdot 9 : 30 = 8.10 \text{ Fuss}$  1 Pt.

keine Teilpunkte

- c) Geschäftsführer B möchte ebenfalls 3 zusätzliche Parkfelder pro Reihe haben. Er schlägt vor, alle bisherigen Parkfelder um  $\frac{1}{3}$  Fuss zu verbreitern und die neuen Parkfelder am oberen Ende anzusetzen. **Um wie viele Meter** müsste der Parkplatz bei dieser Variante nach oben verlängert werden? 2 Pt.

$\text{Verlängerung} \approx 3 \cdot 9\frac{1}{3} + 27 \cdot \frac{1}{3} = 37 \text{ Fuss}$  1 Pt. für Teilresultat

$37 \text{ Fuss} \approx 1127.76 \text{ cm} \approx 11.28 \text{ m}$  1 Pt. für Endresultat

Rundungsfehler - 0.5 Pt.

Punkte:

**Aufgabe 5**

a) Vereinfache den Term! *Gib das Resultat als gekürzten Bruch an!*

3 Pt.

$$\begin{aligned}\frac{6a - 3 \cdot (3 - a) \cdot a}{6} &= \\ &= \frac{6a - 3a(3 - a)}{6} = \frac{6a - 9a + 3a^2}{6} \\ &= \frac{-3a + 3a^2}{6} = \frac{3(-a + a^2)}{6} = \frac{a^2 - a}{2}\end{aligned}$$

pro Fehler – 1 Pt.

b) Löse die Gleichung nach x auf!

3 Pt.

$$\frac{x-5}{4} - \frac{2x-3}{3} = \frac{x}{8}$$

$$\frac{6x-30}{24} - \frac{16x-24}{24} = \frac{3x}{24}$$

pro Fehler – 1 Pt.

$$6x - 30 - 16x + 24 = 3x$$

$$-10x - 6 = 3x$$

$$-6 = 13x$$

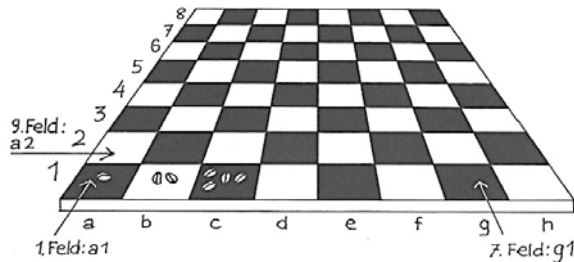
$$-0.46 \approx -\frac{6}{13} = x$$

Punkte:

### Aufgabe 6

Der indische Mathematiker Sissa ibn Dahir lebte angeblich im 3. oder 4. Jahrhundert nach Christus und soll das Schachspiel erfunden haben.

Ein Schachbrett besteht aus  $8 \times 8 = 64$  Feldern.



Als Belohnung für seine Erfindung (Schach ist ein Spiel, in dem der König als wichtigste Figur ohne andere Figuren und Bauern nichts ausrichten kann) wünschte sich Sissa ibn Dahir von seinem indischen König Weizenkörner, und zwar: Ein Korn für das 1. Feld, 2 Körner für das 2. Feld, 4 Körner für das 3. Feld, 8 Körner für das 4. Feld usw. Für jedes nächste Feld verdoppelt sich also die Anzahl der Weizenkörner.

a) Wie viele Körner wünschte sich Sissa ibn Dahir für das 7. Feld?

1 Pt.

Nummer des Feldes	1	2	3	4	5	6	<b>7. Feld</b>
Anzahl Körner	1	2	4	8	16	32	<b>64 Körner</b>

**Formel: Anzahl Körner =  $2^{(\text{Feldnummer}-1)}$**

b) Wie viele Körner wünschte sich Sissa ibn Dahir für das 64. Feld?  
Gib das Resultat in wissenschaftlicher Schreibweise an!

1 Pt.

**Feld 64 =  $2^{63} = 9.22 \cdot 10^{18}$  Körner**       $2^{63} \rightarrow 0.5$  Pt.

c) Wie heisst diese Zahl in Worten? (verlangte Form: z.B. 5.49 Millionen)  
 **$9.22 \cdot 10^{18}$  Körner = 9.22 Trillionen Körner**      keine Teilpunkte

1 Pt.

d) Ein Weizenkorn wiegt durchschnittlich 40 mg. **Wie viele Tonnen** würden somit alle Körner des 64. Feldes zusammen wiegen?  
**=  $9.22 \cdot 10^{18} \cdot 40$  mg**      1 Pt.

2 Pt.

$$\frac{9.22 \cdot 10^{18} \cdot 40}{1000 \cdot 1000 \cdot 1000} = 3.69 \cdot 10^{11} \text{ t} \quad 1 \text{ Pt.}$$

falsche Anzahl richtig berechnet:

volle Punktzahl (Folgefehler)

Punkte: