

Lösungen Mathematik B

1. Bei einem «Bike & Run» Wettkampf wird im Vergleich zum Triathlon auf die erste Disziplin Schwimmen verzichtet. Ein Sportler hat soeben auf seinem Fahrrad 180 km mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 32 km/h zurückgelegt und sich in 4.5 Minuten für den bevorstehenden Marathon von 42.195 km umgezogen. Bestimme, wie viel Zeit er durchschnittlich pro Kilometer auf dieser zweiten Etappe benötigen darf, wenn er seine persönliche Gesamtbestzeit von 9 h 40 min um $\frac{1}{10}$ unterbieten will. Runde dein Resultat auf die nächste Sekunde.

Lösung

$$9\text{h } 40\text{min} \hat{=} 580\text{min} \hat{=} 9.6\bar{6}\text{h}$$

$$\frac{9}{10} \cdot 580\text{min} = 522\text{min} \hat{=} 8.7\text{h}$$

$$\text{oder } \frac{1}{10} \cdot 580\text{min} = 58\text{min} \Rightarrow 580\text{min} - 58\text{min} = 522\text{min}$$

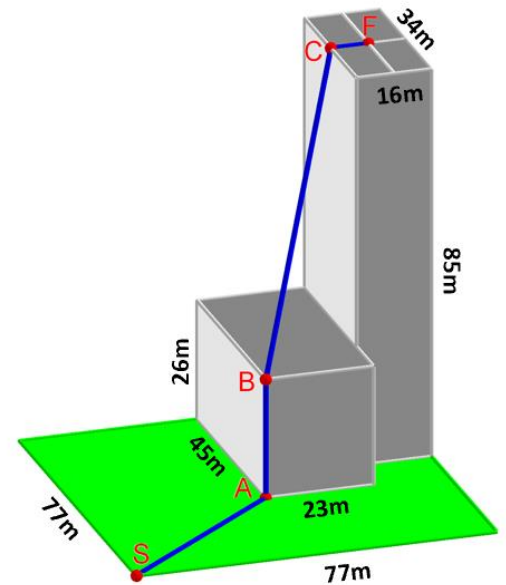
$$\frac{180\text{km}}{32\text{km/h}} = 5.625\text{h} \hat{=} 337.5\text{min}$$

$$522\text{min} - 337.5\text{min} - 4.5\text{min} = 180\text{min} \text{ bzw. } 8.7\text{h} - 5.625\text{h} - 0.075\text{h} = 3\text{h}$$

$$\frac{180\text{min}}{42.195\text{km}} \approx 4.2659\text{min/km} \text{ bzw. } \frac{3\text{h}}{42.195\text{km}} \approx 0.071099\text{h/km}$$

$$\Rightarrow 4.2659\text{ min bzw. } 0.071099\text{h} \approx 4\text{ min } 16\text{s} \text{ bzw. } 256\text{s}$$

2. Berechne die Weglänge (blauer Streckenzug SABCF) des Superhelden «Spiderman» S, die er zurücklegen muss, um seine Freundin F zu retten, die sich auf der Mitte des Daches befindet. Runde auf ganze Meter.



Lösung (ohne Einheiten)

$$\overline{SA}: \quad 77 - 23 - 16 = 38 \text{ und } 77 - 45 = 32$$

$$\Rightarrow \overline{SA} = \sqrt{32^2 + 38^2} \approx 49.68$$

$$\overline{AB} = 26$$

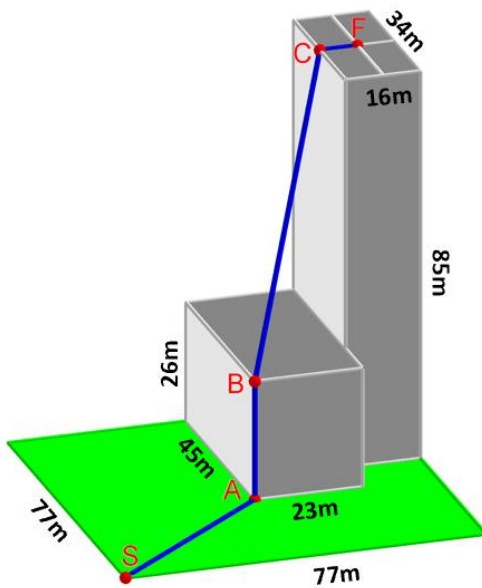
$$\overline{BC}: \quad \overline{BD} = 23 \quad \overline{DE} = 45 - \frac{34}{2} = 28 \quad \overline{EC} = 85 - 26 = 59$$

$$\Rightarrow \overline{BC} = \sqrt{23^2 + 28^2 + 59^2} \approx 69.24 \text{ oder } \sqrt{\sqrt{23^2 + 28^2}^2 + 59^2} \approx 69.24$$

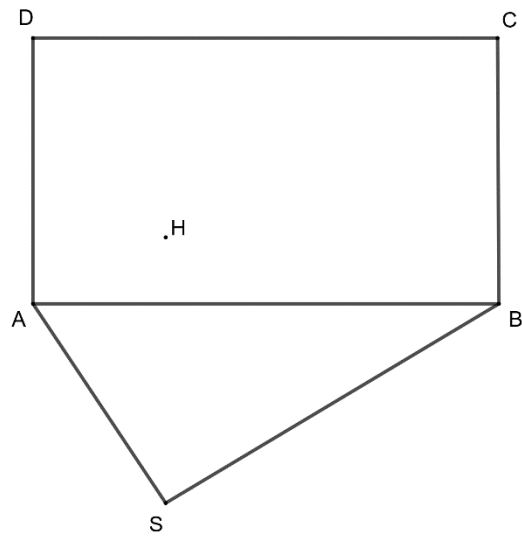
$$\overline{CF} = \frac{16}{2} = 8$$

$$\overline{SA} + \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CF} = 152.92m$$

Punkte D und E ergänzt für Lösungen (nicht in Aufgabenstellung!).



3. Eine Pyramide hat eine rechteckige Grundfläche ABCD. H ist der Höhenfusspunkt der Pyramide. Die Spitze wird mit S bezeichnet. Von dieser Pyramide ist ein Teil des Netzes gegeben. Konstruiere das vollständige Netz.



Lösung

1. Kreis zeichnen mit Mittelpunkt A und Radius \overline{AS} oder analog mit B und $r = \overline{BS}$

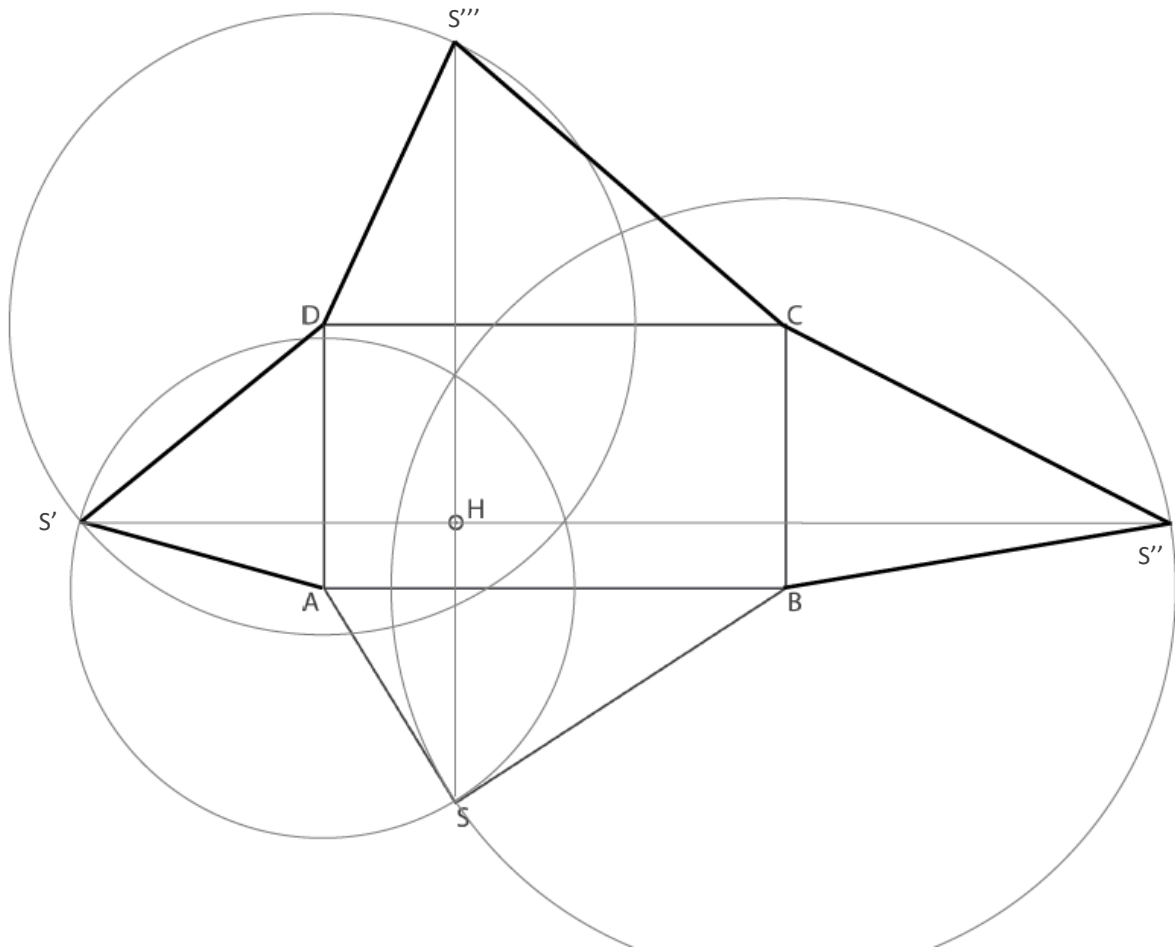
2. Parallele zu AB durch H => Schnittpunkt S'

3. Verbindung S' mit D ergibt eine 2. 'Seite' der Pyramide

Idee

4. analoges Vorgehen mit gegenüberliegender Seite

5. analoges Vorgehen mit Seite auf CD (jetzt ergibt sich S''' durch Schnittpunkt mit Parallele zu AD durch H)



4. Peter hat sein Velo mit einem üblichen Zahlenschloss gesichert, bei welchem er auf drei drehbaren Ringen je eine gewisse Ziffer von 0 bis 9 einstellen muss, damit sich das Schloss öffnet. Leider hat er die drei richtigen Ziffern vergessen!
- Um die richtige Einstellung zu finden, will Peter nun alle Möglichkeiten ausprobieren. Für das Überprüfen einer Einstellung braucht er 10 Sekunden. Wie viele Stunden, Minuten und Sekunden würde es dauern, bis Peter alle Möglichkeiten eingestellt hätte?
 - Wie viele Einstellungen gibt es insgesamt, in denen nur ungerade Ziffern vorkommen?
 - Peters Freund Paul ist sicher, dass die erste Ziffer eine 5, die zweite grösser als die erste und die dritte grösser als die zweite war. Gerade Ziffern kann Paul allerdings nicht ausschliessen. Schreibe alle so noch möglichen Einstellungen auf.

Lösung

i. $10^3 = 1000 \Rightarrow 10000s = 2h46min\ 40s$

ii. $5^3 = 125 \Rightarrow 125$ Einstellungen

iii. 567, 568, 569, 578, 579, 589

5. In einem Gefäss werden Flüssigkeiten gemischt: 20 ml der Flüssigkeit A, 70 ml der Flüssigkeit B und 70 ml der Flüssigkeit C.
- Wie gross ist der prozentuale Anteil der Flüssigkeit A des Gemisches?
 - Welches Volumen der Flüssigkeit B muss man dazugeben, damit die Flüssigkeit C einen prozentualen Anteil von 40% hat?
 - 10 ml der Flüssigkeit A kosten 20 Fr. Die Flüssigkeit B ist 15% teurer. Das ursprüngliche Gemisch kostet insgesamt 329.80 Fr. Um wie viel Prozent ist die Flüssigkeit C billiger als die Flüssigkeit A?

Lösungen

$$i. \frac{A}{A+B+C} \Rightarrow \frac{20}{160} = \frac{1}{8} = 0.125 \hat{=} 12.5\%$$

$$ii. \frac{C}{A+(B+x)+C} = 0.4$$

$$\frac{70}{20+70+x+70} = 0.4$$

$$\frac{70}{160+x} = 0.4$$

$$70 = 0.4(160 + x)$$

$$70 = 64 + 0.4x$$

$$6 = 0.4x$$

$$15 = x \quad \Rightarrow 15 \text{ ml von B}$$

$$iii. 20 \text{ ml von A: } 40. -$$

$$10 \text{ ml von B: } 20 \cdot 1.15 = 23. - \Rightarrow 70 \text{ ml von B: } 161. -$$

$$70 \text{ ml von C: } 329.80 - 161 - 40 = 128.80$$

$$10 \text{ ml von C: } 18.40$$

$$\Rightarrow \frac{18.40}{20} = 0.92 \Rightarrow 8\% \text{ billiger}$$